К. БАКТЫБАЕВ, К. Е. РАМАНКУЛОВ,

*Н. О. КОЙЛЫК, А. ДАЛЕЛХАНКЫЗЫ, М. К. БАКТЫБАЕВ**

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;

*Институт ядерной физики НЯЦ РК, г. Алматы)

ФЕРМИОННО-ДИНАМИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ И ЕЕ БОЗОННОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ

Аннотация

Исследовано бозонное отображение фермионной динамико-симметрической модели многочастичных систем. Результаты диагонализации гамильтонианов отображений Дайсона, Беляева–Зелевинского и сенье-рити сравнены с самой фермионной моделью и экспериментальными данными для переходных ядер.

Ключевые слова: атомное ядро, спектры, нуклонное взаймодействие, гамма переходы.

Кілт сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, гамма ауысуы.

Keywords: atomic nucleus, the spectra vzaymodeystvie nucleon, gamma transitions.

1. Введение. Динамико-симметрическая фермионная модель. В последние годы предложена модель, описывающая коллективные состояния многонуклонных систем, основанная на концепции алгебраической фермионной динамической симметрии (ФДМС) [1]. Строительные блоки в ней, а именно коррелированные фермионные пары S, S' и D выбираются таким образом, что операторы рождения и уничтожения пар вместе с набором мультипольных операторов образуют $Sp(6)$ либо $SO(8)$-алгебру. В ФДСМ найдены подобные асимптотические пределы как и в модели взаимодействующих бозонов (МВБ), хотя некоторые из них не существуют в МВБ и поэтому они не связаны с валентной оболочечной структурой нуклонов в ядре.

В данной работе мы исследовали бозонное отображение фермионной ФДСМ. Для этого сначала мы немного упростили сложный гамильтониан модели. Для такого упрощенного случая общий двух-частичный гамильтониан протонной и нейтронной систем, содержащий 11 параметров G, B, имеет вид:

$$H_{ÔÄÑÌ} = \sum e_{k_i} n_{k_i} + \sum_{aa'} G_0^{aa'} S^+(a) S(a') + G_2 P_2 P + \sum_{r,aa'} B_r^{aa'} P^r(a) P^r(a') \qquad (1.1)$$

где S, P^r – монопольные и мультипольные операторы; e – одночастичные энергии.

Дальнейшая редукция этого гамильтониана, обладающая лишь спаривательными и квадрупольными членами для приложения к конкретным физическим системам, выражается:

$$H = G_{0\pi} S_\pi^+ S_\pi^{/} + G_{0\nu} S_\nu^+ S_\nu + B_{2\pi} P_\pi^2 P_\pi^2 + B_{2\nu} P_\nu^2 P_\nu^2 + B_{2\pi\nu} P_\pi^2 P_\nu^2 \tag{1.2}$$

где значки π – относится к протонам; ν – к нейтронам. Этот гамильтониан имеет всего 5 параметров.

Электромагнитный квадрупольный оператор записывается в одночастичной форме, с параметрами l_π, l_ν :

$$T\left(E_2\right) = l_\pi P_\pi^2 + l_\nu P_\nu^2 \tag{1.3}$$

Далее обсудим некоторые бозонные отображения фермионной модели. В частности, рассмотрим отображения Дайсона, сеньорити и Беляева–Зелевинского [2].

2. Бозонное отображение модели. В фермионной динамико-симметрической модели реализуется либо *SP*(6), либо *SO*(8), алгебра операторов рождения и уничтожения *S* и *D* фермионных пар и мультипольных операторов *P*, в образовании которых одночастичными операторами служат либо псевдоугловой момент $k = 1$, либо псевдоспин $i = 3/2$. Фермионный гамильтониан, записанный посредством операторов спаривания и мультиполей, в общем случае следует диагонализовать в фермионном пространстве, сконструированном последовательным действием операторов рождения и уничтожения на фермионный вакуум.

Таким путем формированный фермионный гамильтониан модели можно отобразить в бозонный различ-ными способами. Ниже мы рассмотрим три вида бозонного отображения операторов модели: Дайсоновского, сеньорити и Беляева–Зелевинского.

а) отображение Дайсона. Из фермионного гамильтониана рассматриваемой модели можно получить эквивалентный бозонный гамильтониан непосредственным применением обобщенного бозонного отобра-жения Дайсона. Для фермионных *Sp*(6) и *SO*(8) алгебр бозонная реализация Дайсона записывается через *s*- и *d*-бозонные операторы по аналогии как это делается в работах [3, 4]. В частности, монопольные, квадруполь-ные, дипольные и октупольные операторы ФДСМ отображаются в бозонные следующим образом:

$$S^+ \to \sqrt{\Omega}\left(s^+ - \frac{1}{\Omega} s^+ s^+ s - \frac{2}{\Omega} s^+ d^+ d - \frac{1}{\Omega} d^+ d^+ s - \frac{1}{\Omega} \chi \left(d^+ d^+\right)^{(2)} d\right) \tag{2.1}$$

$$S \to \sqrt{\Omega} s \tag{2.2}$$

$$P^2 \to \left(d^+ s + s^+ d\right)^{(2)} + \chi \left(d^+ d\right)^{(2)} \tag{2.3}$$

$$P^1 \to \sqrt{2}\left(d^+ d\right)^{(1)}, P^3 \to -\sqrt{2}\left(d^+ d\right)^{(3)} \quad (SO(8)\text{-случай}) \tag{2.4}$$

$$P^1 \to \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{15}\left(d^+d\right)^{(1)} \quad (Sp(6)\text{-случай}) \tag{2.5}$$

В этих выражениях Ω – вырождение пар в фермионном пространстве; χ = 7/2 для $Sp(6)$ и χ = 0 для $SO(8)$-алгебр.

Для того чтобы диагонализовать отображенный гамильтониан Дайсона, должен быть аккуратно выбран соответствующий базис. Формализм бозонного отображения конструируется таким образом, чтобы можно было получить идентичный результат с выводами, полученными в фермионном пространстве с использо-ванием физического базиса.

Заметим, что гамильтониан Дайсона имеет двухчастичную структуру, хотя в общем он неэрмитов. Неэрмитовость бозонного гамильтониана Дайсона отличает его от традиционного эрмитового МВБ-га-мильтониана. Для того чтобы получить эрмитов-гамильтониан, эквивалентный Дайсоновскому, по крайней мере в физической области, нужны аналогичные преобразования фермионных операторов в бозонный. Для осуществления таких конструкции мы предпримем дальше две практические процедуры. Во-первых, осуще-ствим отображение сеньорити, которое приводит к $SU(2)$-асимптотическому пределу обычной алгебры нашей модели. Во-вторых, отображения Беляева–Зелевинского, целью которого является точное рассмот-рение $SU(3)$ и $SO(6)$-пределов $Sp(6)$ и $SO(8)$ алгебр соответственно.

б) отображение сеньорити. В этом отображении ставится цель, чтобы установить простые соотношения между фермионными состояниями с хорошей сеньорити v и бозонными состояниями с фиксированным числом d-бозонов, т.е. соотношения типа:

$$\left|N, v=0\right\rangle \leftrightarrow \left|n_s = N\right) \tag{2.6}$$

$$\left|N, v=2\right\rangle \leftrightarrow \left|n_s = N-1, n_d = 1\right) \tag{2.7}$$

Чтобы достичь этого, следует наложить условие, что сеньорити-образы S^+ и S операторов дается отобра-жением Дайсона:

$$S^+ \to \sqrt{\Omega}\left(S^+ - \frac{1}{\Omega}S^+S^+S - \frac{2}{\Omega}S^+d^+d\right) \tag{2.8}$$

$$S^+ \to \sqrt{\Omega}S \tag{2.9}$$

Реализация $SU(2)$-алгебры обеспечивает эрмитовость бозонного образа фермионного парного гамиль-тониана с S^+S. Затем следует найти образы других операторов проверкой, например, выполнения комму-тационных соотношений. В принципе такая конструкция имеет несколько решений. Одна из них находится посредством того, что образы спаривательного гамильтониана, вытекающего из отображений (2.1) и (2.8) соответственно, определяются подобными преобразованиями как (2.8) [6]. Такие преобразования дают возможность сконструировать сеньорити–образ фермионных операторов по их оригинальным Дайсоновским формам. Хотя существуют для $SO(8)$-случая замкнутая форма подобных преобразовании, в общем она имеет вид бесконечного ряда [6]. В настоящей конструкции используются только члены нижайшего порядка для того, чтобы найти сеньорити-образ генераторов в $SU(2)$-пределе. Для квадрупольных операторов она записывается в виде:

$$P_c^2 = s^+ d + \left(1 - \frac{n_s}{\Omega + 1 - 2N + 2n_s}\right) d^+ s + \chi \left(1 - \frac{2n_s}{\Omega - 2N + 2n_s}\right) \left(d^+ d\right)^{(2)} \qquad (2.10)$$

В выражениях (2.10) для сеньорити-квадрупольного оператора двухчастичные члены, содержащие опера-тор числа s-бозонов n_s, сохраняется. Полное число фермионных пар (или полное число бозонов) N – фикси-ровано. Для аппроксимации эту структуру как одначастичный оператор выполним две процедуры. Сначала оператор n_s заменим его значением в состоянии с синьорити $v = 2$, т.е. $n_s \to N–1$. Это сеньорити обозначим А В действительных ФДСМ-вычислениях низколежащие состояния должны отличаться от данной схемы сеньорити. Чтобы учесть это более точно, n_s заменим на $N–1–\langle v\rangle/2$, где $\langle v\rangle$ – среднее значение сеньорити по основным ФДСМ-состояниям. Это сеньорити – отображение обозначим B.

При каждом из этих приближении сеньорити-образ квадрупольного оператора становится одночастич-ным оператором. Тогда соответствующие эрмитовые сеньорити-образы квадрупольного оператора примут вид:

$$P_{C.A}^2 = \sqrt{1 - \frac{N-1}{\Omega - 1}} \left(d^+ s + s^+ d\right)^{(2)} + \chi \left(1 - \frac{2N-2}{\Omega - 2}\right) \left(d^+ d\right)^{(2)} \qquad (2.11)$$

$$P_{C.B}^2 = \sqrt{1 - \frac{N - \frac{1}{2}(v) - 1}{\Omega - 1 - \langle v \rangle}} \left(d^+ s + s^+ d\right)^{(2)} + \chi \left(1 - \frac{2N - \langle v \rangle - 2}{\Omega - \langle v \rangle - 2}\right) \left(d^+ d\right)^{(2)} \qquad (2.12)$$

Отображение А (2.11) имеет такой же вид, как оно было получено Отсукой–Аримой–Якелло (ОАЯ), тогда как отображения В (2.12) более ближе по духу к подходу ОАЯ–Тальми (ОАЯТ) [7].

в) отображение Беляева–Зелевинского (БЗ). В методе БЗ бозонный образ мультипольных операторов такой же, как в отображении Дайсона. А образ парных операторов конструируется так, чтобы удовлетворить алгебру коммутационных соотношений и сохранить эрмитовость фермионных операторов. Когда мы хотим сконструировать МВБ-подобный гамильтониан только с одно- и двухчастичными членами в образе S-парных операторов сохраняем именно эти члены, то для $SO(8)$-симметрии спаривательный оператор имеет вид:

(2.13)

Он дает точные матричные элементы между нижайшими состояниями SO (6)-предела SO(8)-симметрии: $|N, \delta = N\rangle$ и $|N+1, \delta = N\pm1\rangle$.

Для $SP(6)$-симметрии аналогично имеем:

$$S^{+} \rightarrow s^{+}\sqrt{\Omega-3N}-\left[d^{+}d^{+}s-s^{+}n_{d}-2s^{+}s^{+}s+\frac{\sqrt{7}}{2}d^{+}\left(d^{+}d^{(2)}\right)\right]\frac{\sqrt{\Omega+3/2}-\sqrt{\Omega-3N}}{3N+3/2} \tag{2.14}$$

который воспроизводит матричный элемент между нижайшими $SU(3)$-предельными состояниями сим-метрии.

Таким образом, как сеньорити, так и ВЗ-отображения могут быть подходящими приближениями к ото-бражению ФДСМ-гамильтониана в эрмитов гамильтониан МВБ-типа только с одно и двухчастичными членами.

3. Сравнение ФДСМ и отображенного бозонного подхода и обсуждения. В этом разделе обсудим сравнение результатов ФДСМ с выводами бозонного отображения, описанного выше. Для приложения теорий выберим ядра тяжелой области Z = 50–82, N = 82–126, оболочек, для которых выполняется связанная нейтрон-протонная $S_p^{\nu}(6)\otimes SO^{\pi}(8)$-симметрия ФДСМ. В данном случае мы рассматриваем структуру со-стояний четных и тяжелых изотопов платины, для которых число протонных пар $N_{\pi}=2$, а число нейтронных пар N_{ν} меняется от4 до 7: $^{190,192,194,196}Pt$.

В последние годы большое внимание уделяется экспериментальному и теоретическому изучению структуру состоянии изотопов Pt. Тем не менее, до сих пор не существует удовлетворительного описания свойств даже самых нижних уровней этих ядер. Ранее в геометрической модели Бора–Маттельсона было показано, что для низколежащих коллективных состоянии четно-четно изотопов, так называемых ядер, пере-ходной области наблюдаются конкуренции между вытянутой и сплюснутой формами, кроме того, они обла-дают сильной γ-нестабильной природой. Поэтому для анализа структуры таких ядер в модели взаимодейст-вующих бозонов проведена точная диагонализация полного гамильтониана модели, т.е. их структуры не описываются ни одним из ее асимметрических пределов [8]. Здесь мы обсудим результаты точных расчетов структуры уровней тяжелых изотопов Pt на основе упрощенного гамильтониана ФДСМ (1.2), оператора $E2$-переходов между состояниями к их отображениям в бозонное пространстве. А затем их сравним с другими подходами, в частности, с точной $SU(6)$-симметрией МВБ, а также с экспериментальными данными.

В пределах контекста МВБ изотопы – платины рассматривались как типичный пример применения $O(6)$-динамико-симметричного бозонного предела. Как показали точная диагонализация бозонного $SU(6)$-гамильтониана, свойства тяжелых изотопов платины являются в действительности сложной смесью $SU(3)$ и $O(6)$-пределов МВБ, хотя они более близки к $O(6)$-динамико-симметричной асимптотике.

В таблице 1 и 2 даны сравнительные спектры ядер $^{190,192}Pt$, вычисленные по ФДСМ, и ее отображению по методу Беляева–Зелевинского (БЗ), сеньорити. Вычисление по отображению сеньорити выполнены в двух вариантах A_c и B_c. Параметр ФДСМ взяты из работы [5].

Таблица 1 – Сравнение экспериментального спектра ^{190}Pt с вычисленными по ФДСМ и отраженными бозонными подходами

I^{π}	Эксп.	ФДСМ	БЗ	A_c	B_c
0_1^+	0	0	0	0	0
2_1^+	0,34	0,30	0,31	0,34	0,35
4_1^+	0,74	0,72	0,70	0,78	0,80
6_1^+	1,29	1,24	1,25	1,35	1,36
8_1^+	1,92	1,89	1,90	2,82	2,83
10_1^+	2,25	1,17	1,19	2,15	2,16
12_1^+	2,73	2,64	2,66	2,84	2,84
14_1^+	3,06	2,98	3,023	3,15	3,15
16_1^+	3,77	3,61	3,65	3,86	3,87
2_2^+	0,60	0,58	0,59	0,64	0,64
3_1^+	0,92	0,89	0,91	0,95	0,96
4_2^+	1,13	1,10	1,12	1,16	1,18
5_1^+	1,45	1,46	1,43	1,55	1,55
6_2^+	1,73	1,70	1,74	1,78	1,79
0_2^+	0,92	0,87	1,90	0,89	0,96
2_3^+	1,20	1,18	1,24	1,26	1,27
2_4^+	1,40	1,32	1,35	1,48	1,47
0_3^+	1,67	1,60	1,62	1,73	1,74
1_1^+	1,60	1,54	1,56	1,65	1,66

Таблица 2. Сравнение экспериментального спектра ^{192}Pt с вычисленными по ФДСМ и отраженными бозонными подходами

I^{π}	Эксп.	ФДСМ	БЗ	A_c	B_c
1	2	3	4	5	6

0_1^+	0	0	0	0	0
2_1^+	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
4_1^+	0,78	0,76	0,75	0,84	0,86
6_1^+	1,37	1,34	1,36	1,44	1,45
8_1^+	2,02	1,98	1,99	2,10	2,12
10_1^+	2,52	2,50	2,52	2,62	2,60
12_1^+	2,62	2,64	2,62	2,70	2,72
14_1^+	3,00	3,02	3,00	3,10	3,09
16_1^+	3,54	3,56	3,54	3,61	3,63
18_1^+	4,20	4,25	4,23	4,27	4,28
2_2^+	0,61	0,60	0,60	0,60	0,60
3^+	0,92	0,90	0,89	0,98	0,100

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6
4_2^+	1,12	1,17	1,18	1,24	1,28
5^+	1,48	1,45	1,46	1,56	1,60
7^+	2,11	2,06	2,08	2,17	2,20
0_2^+	1,20	1,18	1,20	1,25	1,30
0_3^+	1,54	1,50	1,52	1,56	1,58
0_4^+	1,62	1,58	1,59	1,83	1,66
2_3^+	1,44	1,40	1,42	1,48	1,52
4_3^+	1,94	1,90	1,92	2,00	2,02

Как видно из таблиц, вычисленные величины энергии по ФДСМ и ее отображение по методу Беляева–Зелевинского (БЗ) очень близки к их экспериментальным значениям. Оба варианты сеньорити-отображения дают отличие от экспериментальных на 10–15%. Фермионно-динамическая теория и ее бозонное отобра-жения также хорошо объясняют наличие эффекта «бэкбендинга» в зависимости энергии состояний от их спинов, который заключается в том, что разность энергии $\Delta E_1 = E_1 – E_{I–2}$ при малых значениях углового момента приблизительно пропорционально I, а начиная от некоторого значения I, она резко уменьшается. Это означает, что состояния ираст-полосы до некоторого значения спина относится к ротационной полосе, а более высоколежащие уровни переходят к вибрационной полосе. Из-за такого пересечение полос уровней разной природы электромагнитные $E2$-переходы между уровнями в этой области оказываются сильно заторможенными. Этот вопрос более подробно будет обсужден в следующей работе.

Таким образом, из ФДСМ-операторов методами бозонного отображения можно сконструировать бозонные гамильтонианы, очень близкие к *SU(6)*-симметрий МВБ, которые дают разумные результаты по спектрам изотопов платины. Дайсон-отображения менее точно воспроизводит ФДСМ-результаты, однако оно неунитoрно и приводит к неэрмитовым бозонным операторам. Унитарные отображения, например, Беляева–Зелевинского может аппроксимировать более точные результаты. Однако обрезание пространства до двухчастичных членов, проводимые с целью практического удобства, приводит к довольно большим отклонениям от экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wu Ch., Feng D.H, Chen X.G., et. al. // Phys. Rev.C. – 1987. – Vol. 36. – P. 1157.

2. Arima A., Iachello F. // Ann. Phys. – 1976. – Vol. 99. – P. 253-317; Бактыбаев К. // ЯФ. – 1979. – Т. 30. – С. 963.

3. Geyer . H.B., Hahne F.J. W. // Nucl. Phys. – 1981. – Vol. A363. – P. 45.

4. Kock E.A., Geyer H.B. // Phys. Rev.C. – 1991. – Vol. 42. – P. 1177.

5. Geyer H.B., Engelbrecht C.A., Hahne F.J.W. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 44. – P. 1030.

6. Geyer H.B. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 34. – P. 2373.

7. Otsuka T., Arima A., Iachello F. // Nucl. Phys. – 1978. – Vol. A309. – P. 1.

8. Бактыбаев К., Стрыгин Д.П. // Изв. АН СССР. Сер. физ. – 1979. – Т. 43, № 1. – С. 118-123.

9. Давыдов А.С. Возбужденные состояния атомных ядер. – М.: Атомиздат, 1967.

REFERENCES

1. Wu Ch., Feng D.H, Chen X.G., et. al. // Phys. Rev.C. – 1987. – Vol. 36. – P. 1157.

2. Arima A., Iachello F. // Ann. Phys. – 1976. –Vol. 99. – P. 253-317; Baktybaev K. // JaF. – 1979. – T. 30. – S. 963.

3. Geyer . H.B., Hahne F.J. W. // Nucl. Phys. – 1981. – Vol. A363. – P. 45.

4. Kock E.A., Geyer H.B. // Phys. Rev. C. – 1991. – Vol. 42. – P. 1177.

5. Geyer H.B., Engelbrecht C.A., Hahne F.J.W. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 44. – P. 1030.

6. Geyer H.B. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 34. – P. 2373.

7. Otsuka T., Arima A., Iachello F. // Nucl. Phys. – 1978. – Vol. A309. – P. 1.

8. Baktybaev K., Strygin D.P. // Izv. AN SSCR. Ser. fiz. – 1979. – T. 43, № 1. – S. 118-123.

9. Davydov A.S. Vozbuzhdennye sostojanija atomnyh jader. – M.: Atomizdat, 1967.

Резюме

*Қ. Бақтыбаев, К. Е. Раманқұлов, Н. О. Қойлық, А. Дәлелханқызы, М. К. Бақтыбаев**

(Әл-Фараби атындағы Казақ ұлттық университеті, Алматы қ.;

*ҚР Ядролық физика институты, Алматы қ.)

ФЕРМИОН-ДИНАМИКАЛЫҚ СИММЕТРИЯ

ЖӘНЕ ОНЫҢ БОЗОНДЫҚ ТЕОРИЯМЕН СӘЙКЕСТІГІ

Көпбөлшекті жүйелердің фермиондық динамика-симметриялық үлгісінің бозондық теориясына сәйкес-тігі зерттелді. Дайсон, Беляев–Зелевинский және сеньоритилік сәйкестендіру әдістерінің Гамильтонианы диагоналды түрде келтіріледі және оның қорытындысы ауыспалы ядролар үшін құрылған фермиондық тео-риямен және эксперимент берілгендерімен салыстырылады.

Кілт сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, гамма ауысуы.

Summary

*K. Baktybaev, K. E. Ramankulov, N. O. Koilyk, A. Dalelkhankyzy, M. K. Baktybaev**

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty;

*Institute of nuclear physics RK, Almaty)

BOSON MAPPING OF THE FERMION DYNAMICAL – SYMMETRICAL MODEL

Boson mapping of Fermi particle dynamic- symmetrical model of many-particle systems were investigated. Results of diagonalization of Hamiltonians of Daison Beljaev-Zelevinskij, Senioriti mapping and Fermi particle model itself were compared with experimental data for transient nuclear.

Keywords: atomic nucleus, the spectra vzaymodeystvie nucleon, gamma transitions.

Поступила 27.03.2013г.